



北大教育经济研究（电子季刊）

Economics of Education Research (Beida)

北京大学教育经济研究所主办

Institute of Economics of Education, Peking

第 8 卷第 3 期

（总第 28 期）

主编：闵维方；副主编：丁小浩 阎凤桥；

编辑：岳昌君 孙冰玉

我国高校联合招生行为研究及其经济学分析

潘昆峰 李扬¹

【摘要】本文探讨了高校自主招生过程中存在的联合招生行为，通过建立学生报考的理性预期模型，对比了独立招生与联合招生条件下各高校的效用。模型的数值模拟结果表明：学生的选择受到高校质量与录取概率两方面影响，高校的联合招生可以带给学生多次录取的机会从而提高学生的录取概率，使得联盟高校能够吸引到更加优质的生源，从而打垮竞争对手。联盟中的每个学校都是受益者。对于未结盟高校，则可以通过增加考试名额、改善考试的区分度这两个途径来获取竞争优势。

【关键词】自主招生，联合招生，理性预期

Study of Chinese Joint University Admission Behavior and Its Economic Analysis

Pan kunfeng Li Yang

Abstract: This article discusses the joint behavior in university autonomous admission. By building the rational expectation model of students in the applying, we compare the universities' utility under different strategies: joint or independent. The numerical simulation of the model shows that students' school choices are influenced by the quality of university and the admission probability. The joint admission of universities can give students more opportunities to be admitted and also help these universities attract more excellent students. Every school of the alliance benefits from this strategy. As for the university which does not take part in the alliance, it can gain advantage in competition by adding its quota or improving the discrimination of examination.

Key words: autonomous admission, joint admission, rational expectation

¹ 潘昆峰，博士生，北京大学教育学院教育经济与管理系。研究方向：教育经济、教育政策
李扬，博士生，北京大学信息科学与技术学院。研究方向：量子电子学

一、联合招生——我国高校自主招生新趋势

招生行为是高等学校的重要行为,决定着学校录取的生源质量,进而影响到学校的学术声誉和社会声誉。因此,各学校高考招生过程中的竞争格外激烈,每年夏天都会上演惨烈的生源大战。2003年,我国开始实行高校自主招生改革,由少数高水平大学自行组织选拔考试,通过自主招生的学生参与高考可在该高校分数线下降20—30分录取。这一政策使得优秀考生可以提前搭上高校的“快车”,减少高考失误带来的风险;也使得各高校可以在高考前提前“绑定”优秀学生,抢夺生源竞争优势。因此,高校为招揽优秀生源而在自主招生方面大做文章,竞争空前,一时间成为媒体关注焦点。

自主招生竞争中各自为战的状况持续数年之后,有的大学之间形成了招生联盟,让竞争格局多了些微妙变化。现有的招生联盟以两大形式出现:以联合考试、成绩互认为载体的“正式联盟”与以联合宣传为载体的“松散联盟”。在“正式联盟”中,各高校需要缔结约定,遵守协议,共同组织联合考试并认可考试成绩,其运行机制类似于行业协会设定行业标准。国家鼓励这种联盟形式。新出台的《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010-2020)》中指出:“要探索实行高水平大学联考”。2010年是这种联盟形式的爆发之年¹。这一年,以清华大学为首的五校联盟(清华大学、中国科学技术大学、上海交通大学、西安交通大学、南京大学)与以北京大学为首的三校联盟(北京大学、北京航空航天大学、香港大学)成型,加上业已存在的北京五校联盟(北京科技大学、北京邮电大学、北京交通大学、北京林业大学、北京化工大学),自主招生的招生竞争已经全面步入集团化竞争时代。清华与北大两大联盟的考试时间放在同一天,考生只能选择其一,这又加大了联盟之间的对立。招生联盟的第二种形式为“松散联盟”。这种联盟不进行实质意义上的联合考试,而是互相做舆论支持,同攻同守,互不拆台。比如2010年,华东八所高校(复旦大学、上海交通大学、同济大学、华东师范大学、华东理工大学、东华大学、上海外国语大学、上海财经大学)联合举行招生宣传活动,名为“理想从上海启航——沪上名校拥抱中西部”活动,各校招办主任统一行动,赴中西部各省进行统一宣传。

为什么在自由竞争之后,会不约而同地出现联合招生的行为?

招生行为之所以特殊,就在于招生不仅是教育问题,更是经济问题和政治问题。所谓教育问题,意味着招生要符合教育规律,学校要选拔适合自身培养特点的学生。由于各个高校特点不一样,招生的最好方式应是招到适合学校特点的学生,采取完全自主招生而不进行联合考试应是最佳途径。所谓经济问题,就是要尽可能以最低的成本、覆盖最多的考生,尽可能提高教育资源的利用效率。高校自主招生中的联合行为一方面为了降低招生成本,覆盖更大的受众范围,因此进行联合招生如同发展了产业集群,有助于提高规模效益。因此,按照经济逻辑,联合招生是必然的。这一点比较容易理解。而所谓政治问题,就是指高校之间通过招生竞争,要争夺某区域的高分考生的控制权、保持学校声誉,要打压对手,保持竞争优势。

我们认为,高校招生行为会影响到学生报考的预期收益。本研究将初步探讨在个体学生理性选择学校的模式下,招生联合行为对联盟校与非联盟校的得失收益影响。具体说来,研究将关注三个问题:第一,联盟是否会给学生带来更多的录取机会?第二,采取联盟行为的学校是否会录取到更好的学生,从而获得更多招生收益?第三,联盟竞争中有哪些可控的参数,对学校来说,优势策略是什么?

¹ 2010年1月20日《中国教育报》:从分散走向联合——高等学校自主招生新趋势

二、高校联合招生行为的经济学模型

大学招生行为的研究滥觞于大学招生模型的出现(Gale and Shapley, 1962)。该模型由 $\{S, C, q, P_s, P_c\}$ 组成,包括一组学生的集合 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 和一组学校集合 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$,每个学校有固定的招生人数向量 $q = \{q_{c_1}, q_{c_2}, \dots, q_{c_m}\}$ 。每一个学生 s 对所有学校 C 有一个严格的偏好,全体学生的偏好集合为 $P_s = \{P_{s_1}, P_{s_2}, \dots, P_{s_n}\}$,同时,每个学校 c 也有一个对全体学生 S 的严格偏好,全部学校的偏好集合 $P_c = \{P_{c_1}, P_{c_2}, \dots, P_{c_m}\}$ 。最终的录取结果称为一个匹配(match)。经济学中,学者们从机制设计的角度研究匹配的稳定性 and 抗操纵性,试图找寻到更好的招生制度形式(Abdulkadiroglu and Sönmez, 2003; Chen and Sönmez, 2006等)。Zhou Lin(1990)证明了按某一种次序将学生排列的独裁机制是帕累托最优和抗策略的。聂海峰(2007)认为现行的中国高考平行志愿是一种分数独裁机制,这种机制对原有的机制是一种帕累托改进,并给出分数独裁机制的算法。

现有文献中,着重从学生的角度,以学生报考中对高校的显示偏好是否是其真正偏好的来衡量录取机制好坏,着重研究如何避免“高分低就”。而对于在既定规则下,学校如何通过策略性行为得到更好学生的问题则鲜有涉及。本研究着重讨论学校的策略行为及其影响。

本研究中,我们忽略掉高考对自主招生的影响。假设一个学生最终只能得到一所高校的自主招生资格,即匹配是一对一的,并且高考时候必须填报该学校。由于自主招生面对的对象都是各个中学最优秀的那部分群体,因此,自主招生的成败很大程度上代表了本年度招生的成败。这种忽略是可以接受的。

1、学生报考行为的理性预期模型

在自主招生问题中,我们假定在一个招生期内(例如一年),存在着一个封闭的稳定生源市场,市场中存在 N 个考生。该市场中的所有学生的优劣为共同知识,即:存在一个客观的学生排名序列为所有学生和高校所认同。考生按照排名先后次序形成集合 $I\{i=1,2,3 \dots N\}$ 。

市场中存在一组学校集合 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$,每个学校有招生人数向量

$q = \{q_{c_1}, q_{c_2}, \dots, q_{c_m}\}$ 。所有学生在偏好上属于同质个体,对高校的偏好一致,每个高校对每

个学生来讲存在客观的录取效用值。学生被高校录取的效用集为 $U = (U_{c_1}, U_{c_2}, \dots, U_{c_m})$,效用值的大小反映该高校在当地人心中的影响力和声誉,在一个地区或一个时期内,高校的影响力和声誉有着相对固定的排序,因此录取效用值的高低反映了高校水平高低。比如,学生会普遍认为,“985”高校的效用值高于“211”高校。为了描述个体差异,我们假定每个考生对所有学校存在均与分布的随机偏好效应 $\lambda * \delta$, λ 为常数系数, $\lambda \ll \min\{U\}$, δ 随机取0或1。研究中,将高校看作同质个体,不同学校对学生的偏好完全受学生的排名而定,排名越高,高校对其的偏好程度越大,具体量值由大学的效用函数 $v(i)$ 给出。

自主招生情形,类似于高考中的“考前报志愿”模式。学生选择报考的过程中,会自发形

成按照公认的考生排序依次选择所报考高校的现象¹。对某一特定考生而言,他的选择将受到排名在他之前考生选择的影响,排名在前面同学的选择结构会影响到该考生被不同学校录取的概率。理性个体,会选择能够最大化自身预期效用的学校报考。

为了模拟这一理性预期过程,我们设定:每一名考生一旦选定某所学校后,相当于占据了该校相应的录取名额,称为“有效占据名额”。由于分数再高的学生也有考不上的概率,因此,这个占据的名额比1要小。我们定义:每个学生的“有效占据名额”等于该学生被录取的概率。意思是,如果该学生的录取概率为1,该学生有效占据了1个录取名额,如果录取概率为0.5,则该学生有效占据了0.5个名额。对于后来的学生,需要考虑在他之前所有学生有效占据名额的总和。所有学生选择完毕,招生停止。

对于高校k来说,每次当一个学生报考后,则该校的总有效占据名额就产生一次变化。设i学生是报考k学校的第j个人, $p_j^{c_k}$ 表示的是对应于报考该校的录取概率分布, $p_i^{c_k}$ 表示i学生被k学校录取的概率,则 $p_i^{c_k} = p_j^{c_k}$ 。 $n_j^{c_k}$ 对应于学校名额的有效占据数量,则 $n_j^{c_k}$ 满足递推关系:

$$n_{j+1}^{c_k} = n_j^{c_k} + p_j^{c_k}, \quad k=1,2,3\dots m \quad (3.1)$$

$p_j^{c_k}$ 的分布形式我们将在后文讨论。一个学生选择哪所高校,取决于预期效用的大小。具体说来,既要考虑该高校的录取效用,又要考虑前面i-1个学生的报考情况,评估每所学校对应的录取概率。对于个体i来说,被k学校录取的效用为:

$$U_i^{c_k} = p_i^{c_k} U^{c_k} + \lambda * \delta, \quad k=1,2,3\dots m \quad (3.2)$$

考生会选择那个能够预期效用最大化的高校k来报考。

如果存在招生联盟,联盟的作用是允许在联盟中报考多个志愿,使得学生有多次录取的机会。以简单情形为例,假设C₁与C₂构成联盟,C₁学校好于C₂校,其余学校单独招生。由于C₁学校明显好于C₂学校,因此所有的考生都会将C₁校作为第一志愿,而将C₂校作为第二志愿²。在此情形下,学生的预期效用变为:

$$\begin{aligned} U_i^u &= p_i^{c_1} U^{c_1} + (1 - p_i^{c_1}) p_i^{c_2} U^{c_2} \\ U_i^{c_k} &= p_i^{c_k} U^{c_k}, \quad k \neq 1, 2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

U_i^u 为选择联盟的预期效用,由两部分构成。 $U_i^{c_k}$ 为被非联盟学校录取的预期效用。

若 $U_i^u > \max\{U_i^{c_k}\}$,选择联盟的效用高于选择非联盟的学校,考生会选择联盟,反之,则会选择非联盟的学校。

在联盟中,学生有可能被联盟中的任一学校录取,因此两校的有效占据人数都有增加:

¹ 比如,在某所重点中学中,“985”高校分别投出了名额不等的自主招生计划。根据笔者调查的实际情况是,中学为了公平起见,常常按照学生入学以来各次考试的成绩加权平均,对学生进行排名,而后按照排名先后顺序由学生自主选择报考哪所高校的自主招生。如果是学生自己随机报名,每个考生只需要考虑在自己排位之前的考生报考志愿情况,则自发形成上述秩序。

² 假设不存在第二志愿歧视,只按照分数录取,类似于平行志愿。

$$\begin{aligned}n_{j+1}^{c_1} &= n_j^{c_1} + p_i^{c_1} \\ n_{j+1}^{c_2} &= n_j^{c_2} + (1 - p_i^{c_2}) p_i^{c_2}\end{aligned}\tag{3.4}$$

若考生选择非联盟学校 C_k , 则该校的名额变化仍然按照 (3.1)。

理性选择模型的核心是给出录取概率 $p_j^{c_k}$ 的分布形式。即不同排名的学生分别所对应的录取概率。为了便于普遍讨论, 下文中均去掉 $p_j^{c_k}$ 上角标, 以 p_j 代替。一旦给出了录取概率分布形式, 便能够确定各高校总有效占据名额数的分布状态, 进而确定出考生在选择各高校时的预期效用值, 最终确定生源分布, 给出报考结果。因此, 下面我们将探讨 p_j 的分布形式。

2、录取概率的分布形式

考生报考某学校的考中概率跟已报考该学校的人数和该校的招生名额直接相关。

首先, 我们考虑简单情形——线性递推情形。即: 考生被某校录取概率=该校未被占据的名额/总名额。如果 i 考生是报考 k 学校的第 j 个人, 则面临的高考概率分布函数为:

$$p_i^{c_k} = p_j = (q_{c_k} - n_j^{c_k}) / q_{c_k} = 1 - \frac{n_j^{c_k}}{q_{c_k}}, \quad j=1,2,3\dots\tag{3.5}$$

概率的线性递推形式对应的通项关系可以还原为等比数列(附录1), 在自主招生录取问题中对应的解释是: 报考某学校的所有学生中, 按照排名先后, 考上学校的概率呈指数上升。

线性递推的情形对应着优秀学生之间差距非常明显的情形。实际情况中, 也许优秀学生之间的差距不大, 那么就会出现这样的情况: 排名非常靠前的学生考上高校的概率相差不多, 中间排名段的学生随排名下降而概率下降明显, 低排名的学生之间差别不大, 考中概率均很小。概率分布应当符合 S 曲线。为了模拟这个曲线, 我们构造了如下概率分布函数, 称为非线性递推情形(具体推导过程见附录2):

$$p_j = 1 - \frac{\exp(l * n_j^{c_k}) - 1}{\exp(l * q_{c_k}) - 1}\tag{3.6}$$

l 为可调参数, 用于表征分数靠前的考生占据的有效名额更多, 需要靠经验来取值。

对这两种形式作图如下: ($q=30, N=100, l=8$, 初始 n_0 取 0.1)

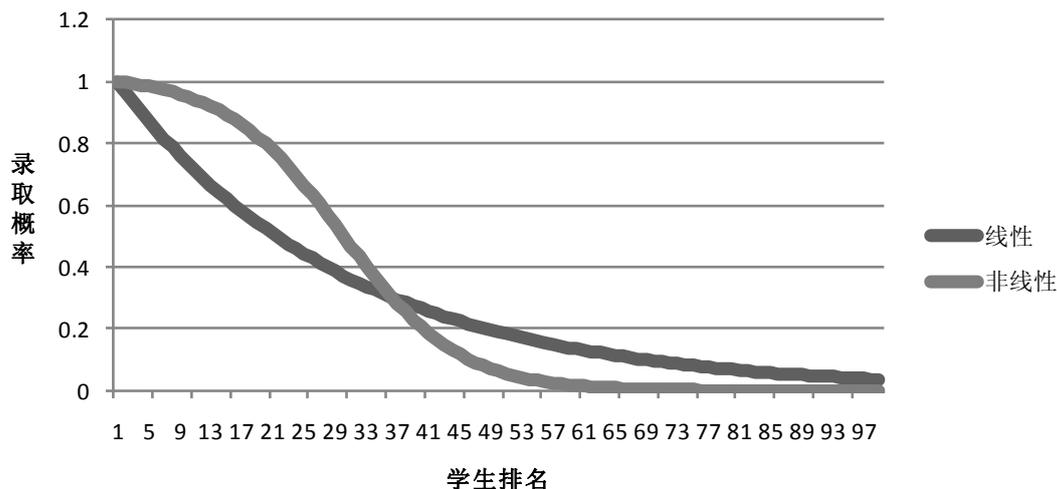


图 1 考中概率分布图

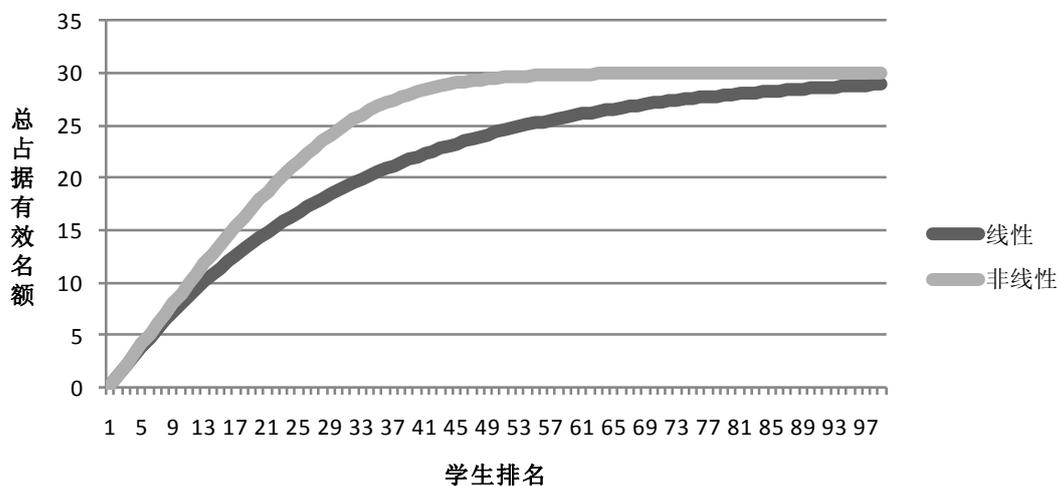


图 2 总有效占据名额图

在图 1 中，我们画出了线性与非线性录取概率随学生名次变化的曲线。通过图 1 可以看出，录取概率呈指数下降曲线或是 S 型曲线。通常人们认为对于成绩很好的一部分考生来说，成绩相差不大，所谓“考上是必然的，得状元是偶然的”，对于中等或偏下的考生来说，概率下降就非常迅速。浅色的 S 型图线模拟的正是这种情形。

通过图 2 可以看出，采用非线性录取概率形式的有效占据名额数上升更快，图线呈上凹形，意味着：越是高分考生（名次靠前），占据的有效名额越多；越是低分考生（名次靠后），占据的有效名额越少。所有学生占据的有效名额最终等于该学校的录取名额。

值得一提的是，随着参数 l 的调整， l 越大，两个曲线相差越小。保证 l 的适当取值，可以模拟出学生的真实状况。并且，学校可以通过设定考试科目、时间、难度等技术手段，保证区分度大小，以改变 l 值，因此把它称作“考试倾向系数”。 l 值越大，对高分学生的倾向越小，反之则越大。

3、学校效用模型

在学生个体理性选择之后，我们可以构造出学校效用函数。众所周知，学校是以在招生

中招到优秀生源为效用提升。学校究竟采取何种招生策略，应当通过计算学校在招生中的效用，作为判定依据。

越是排名靠前的学生，其在高考中取得好成绩的概率越大，因此给高校带来的效用也越大。因此，效用值与报考本校的学生的客观排名 i 有关，设为 $v(i)$ 。我们假定每个学生存在一个客观效用，这个效用只跟名次有关，与哪所学校取得没有关系。学校的总效用就是录取到的学生效用的加总 $V = \sum v(i)$ 。

在实际招生竞争中，招到的学生名次越高，越能有宣传示范效应，随着名次提升，这种效应会迅速增加。国内的高校喜欢以“状元”、“文理科前十名”论英雄，2010年夏天北大和清华的状元数据大战，更好的说明了状元或是高分考生对学校的重要性。因此，效用函数应当是非线性形式。

我们取最简单的函数形式，假设第一名的效用为 100，则第 i 名考生对学校的效用为

$$v(i) = \frac{100}{i}$$

我们将按照上述函数形式计算联盟前和联盟后各学校的总效用情况变化，以判断学校联盟是否是优势策略。

三、模型数值分析

为了把握问题的核心，本文通过一个简单模型，研究了联盟对招生的影响。不失一般性的，假设市场上存在三所学校， C_1 和 C_3 是办学质量相当的两所优秀学校， C_2 是质量略逊的一所学校，在以下的模拟中，我们选择 $U^{c_1} = 1, U^{c_2} = 0.8, U^{c_3} = 1$ 。同时，假设市场上总共有 $N=100$ 名考生在这三所学校之中做选择。

1、分别招生时的情况

令三校的自主招生规模相当， $q_{c_1} = q_{c_2} = q_{c_3} = 10$ 。取各校的初始占据名额均为 $n_0=0.1$ ，

考试倾向系数取 $l_1 = l_2 = l_3 = 8$ 。前 10 名考生的选择结果呈现两种可能的情况：

表 1 分别招生时的考生选择

| 学生名次 | 录取概率——线性递推 | | 录取概率——非线性递推 | |
|------|------------|--------|-------------|--------|
| | 选校结果 1 | 选校结果 2 | 选校结果 1 | 选校结果 2 |
| 1 | C1 | C3 | C1 | C3 |
| 2 | C3 | C1 | C3 | C1 |
| 3 | C1 | C3 | C1 | C3 |
| 4 | C3 | C1 | C3 | C1 |
| 5 | C1 | C3 | C1 | C3 |
| 6 | C3 | C1 | C3 | C1 |
| 7 | C2 | C2 | C1 | C3 |
| 8 | C1 | C3 | C3 | C1 |
| 9 | C3 | C1 | C2 | C2 |
| 10 | C2 | C2 | C1 | C3 |

对应于每种考中概率，都有等概率的两种选择情况出现，两种情况中， C_1 和 C_3 互换。由

于 C₃ 和 C₁ 质量相等, 每年第一名到底选择哪所学校都是随机的。

由表 1 可知, 前 6 人在 C₃ 和 C₁ 之间依次选择, 从第 7 人开始选择 C₂, 之后呈三校循环状态。

对于非线性录取概率情形, 前 8 人均在 3 和 1 选择, 从第 9 人开始选择 C₂。这时比线性情形选择 C₂ 的学生出现的晚, 主要是因为高分学生的录取概率比较大, 因此学生对学校效用的差别更敏感。

根据所有学生的报考情况, 我们可以计算各个学校的录取效用值。

采用 10000 次模拟循环, 考察学校的效用值情况:

表 2 分别招生时的学校效用

| 学校效用 | 录取概率—线性递推 | 录取概率—非线性递推 |
|------|-----------|------------|
| C1 | 133.9 | 147.1 |
| C2 | 46.8 | 47.2 |
| C3 | 133.9 | 147.0 |

可见, 由于 C₁ 和 C₃ 的办学质量相同, 在自由竞争的情形下, 虽然每年的状元会随机分布, 但长期平均来看, C₁ 和 C₃ 的录取效用几乎一致, C₂ 远远落在两校之后。在非线性录取概率条件下, 学校之间的相对差别更加明显。因为在非线性概率下, 高分考生考中的概率更大, 发挥失误几率小, 因此高分考生更加大胆的报考优质学校, 导致学校的分层非常明显。这种状况现实对应的情形是, 从自主招生开始以来, 北大和清华两校能够在自主招生阶段就将各重点高中的前几名悉数网罗囊中, 获得高分考生的质量在伯仲之间, 其他学校很难染指。高分学生更加集中地报考北大清华的自主招生。据悉, 每年北大、清华招办接到的考生自荐材料均以数十万计, 且都是各高中的尖子学生。

2、联盟后情况

现在假设 C₁ 和 C₂ 举行了“两校联考”, 进行联盟。仍取 $q_{c_1} = q_{c_2} = q_{c_3} = 10$, $n_0=0.1$, $l=8$ 。

进行模拟。前 10 人选择结果为:

表 3 联合招生时的考生选择

| 学生排序 | 录取概率——线性递推 | 录取概率——非线性递推 |
|------|------------|-------------|
| 1 | CU | CU |
| 2 | C3 | C3 |
| 3 | CU | CU |
| 4 | CU | CU |
| 5 | CU | CU |
| 6 | CU | CU |
| 7 | C3 | C3 |
| 8 | CU | CU |
| 9 | CU | CU |
| 10 | C3 | C3 |

不同的录取概率分布下, 结果是一致的。从结果中明显看出来, 最优秀学生的报考明显倾向于联盟高校。不论模拟次数如何变化, 前 10 名选择联盟学校的比例大大高于选择 C₃ 学校。

考察学校的效用值情况:

表4 联合招生时的学校效用

| 学校效用 | 录取概率——线性递推 | 录取概率——非线性递推 |
|------|------------|-------------|
| C1 | 190.6 | 206.8 |
| C2 | 77.4 | 68.3 |
| C3 | 88.0 | 95.4 |

经过简单的联合行动, C₁ 和 C₂ 获得了巨大的优势。本来办学质量较差的 C₂ 学校, 已经与 C₃ 接近。而办学质量与 C₃ 相当的 C₁ 校, 更是取得了压倒性的优势, 前后对比可见下图。

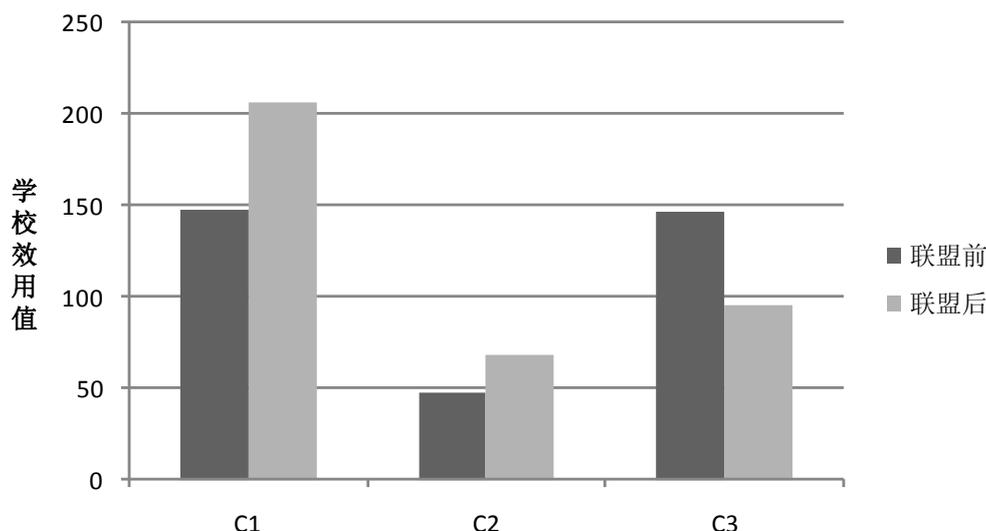


图3 联盟前后的高校招生效用对比

联合招生策略, 使得 C₁ 在竞争中获得了绝对的霸主地位, 自主招生招到的学生越优秀, 高考中得到的生源分数越高, 收获状元的可能性越大。C₂ 成功的获得了部分自主招生发挥失误没有考上 C₁ 的高分考生, 这些考生在高考过程中很可能一鸣惊人, 成为 C₂ 抢夺优秀生源, 获得更高社会声誉的重要砝码。而 C₃ 如果保持现状, 将不得不面对优秀生源流失的悲惨现实。

3、C₃ 的可行策略分析

如上述分析, 联盟竞争相对“单干”是优势策略。C₃ 的最佳策略是同样组成联盟, 将 C₂ 拉拢过来, 如果这样, C₃ 将和 C₁ 的处境互换。但是, 争夺盟友并不是一件容易的事情。C₃ 同样可以找寻新的对象, 组成新的联盟与 C₁ 联盟进行抗衡。在现实中, 清华等五校进行联盟之后, 北大不久后即宣布组成三校联盟, 就是应对之策。

如果 C₃ 没有潜在盟友可选择, 能否通过改变自身状况, 重新获得竞争优势呢?

由前述分析可以看出, 在效用相等的同质高校竞争时候, 优秀学生是否选择该学校, 是取决于录取概率的。而联盟给了学生二次选择的保底机会, 一旦考不中最理想学校, 还有被第二所学校接受的可能性, 联盟分散了考生风险从而获得了竞争优势。非联盟的学校如果不通过联盟手段, 那么只有以下两种途径。

第一, 选择改变高分学生的录取概率。换言之, 改变“考试倾向系数” l 值, 使之变小而提高最优秀学生的考中概率, 从而抵消联盟校两次择校的诱惑。减小 l 值应对联盟竞争有着现实

的案例。2009 年清华出台自主招生联合政策之后,北大马上宣布推行自主招生的“校长实名推荐制”作为应对。实名推荐制考生可以不用通过笔试而直接获得面试机会从而获得高考 30 分的加分。不用通过笔试,减少了高分考生发挥失误的可能,增加了高分学生的录取概率。实践证明,各个试点高中均将综合实力最突出、成绩最优秀的考生推荐给了北大。减小 l 值也可以通过改变自主招生笔试中的试题结构,使之更有区分度,利于选拔优秀考生。

以学生理性预期与学生名次对学校的效用均为非线性模型为例,在图 4 中,我们研究了随着 C_3 的“考试倾向系数” l_3 的减小,各校的总效用的变化。从图中我们可以看出,当 C_3 学校的“考试倾向系数” l_3 足够小时, C_3 学校的总效用可以超过联盟中的 C_1 学校。

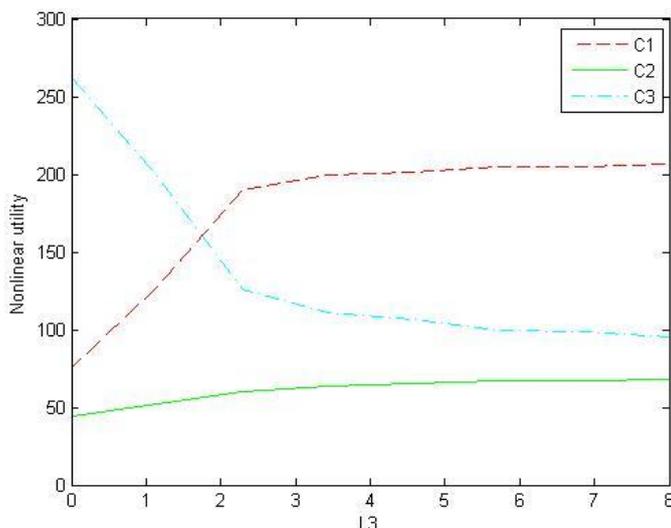


图 4 C_3 “考试倾向系数”对各校效用的影响

第二,增加自主招生计划的总数 q 。由于考中概率跟名额有关,增加总计划可以使得最优秀的学生考中的几率更大。这种手段无论是单一竞争还是集团竞争,都是有效的。北大、清华逐年调高学校自主招生比例,突破了教育部规定的 5% 限额,每年自主招生考试时候都是人头攒动万众关注,从而扩大了更多优秀生源,也扩充了对其他高校的相对优势。

以学生理性预期与学生名次对学校的效用均为非线性模型为例,在图 5 中,我们研究了随着 C_3 的招生名额数 q_3 的增加,各校的总效用的变化。从图中我们可以看出,当 C_3 学校的招生名额足够大时, C_3 学校的总效用可以超过联盟中的 C_1 学校。

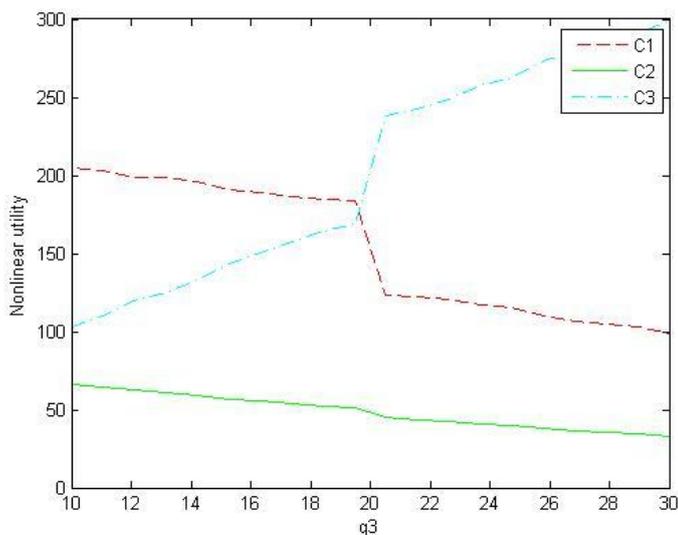


图5 C3“招生名额”对各校效用的影响

可见，单独改变各参数，都可以使得结果发生逆转。

那么，如果联合采取两种策略，情形又如何呢，两种参数有没有互相替代的关系？我们用学校的非线性效用做评判指标，考察在 C_3 的策略参数单独改变的情况下，三个学校的效用值变化状况，如下图：

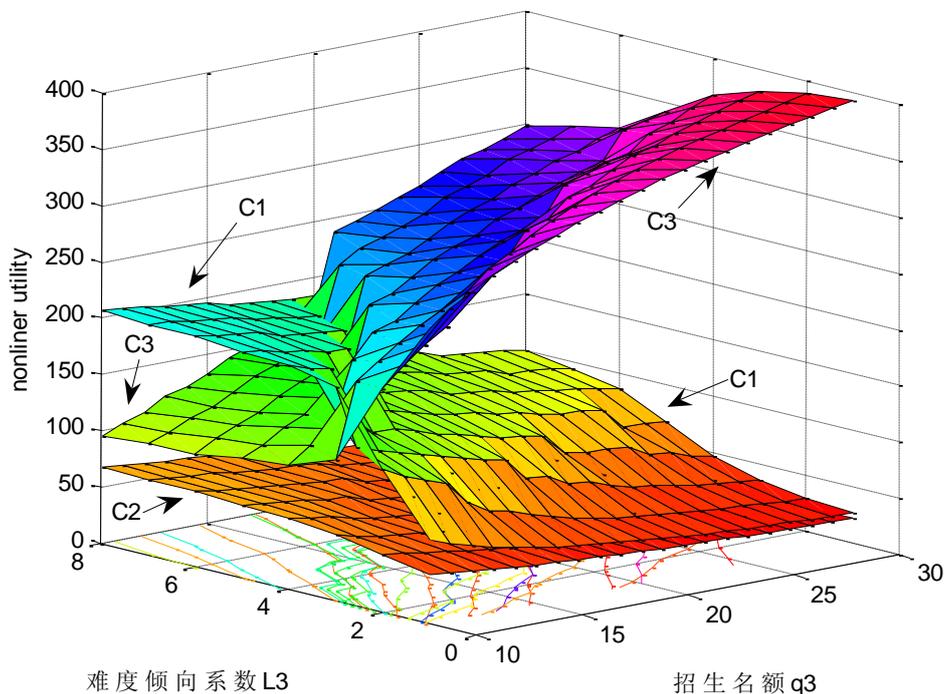


图6 C_3 策略参数下的各校效用对比图

从图中可以看出， C_3 在不改变策略参数 q 和 l 时，对应的 $q_3=10$ ， $l_3=8$ ，效用明显低于 C_1 ，相对于 C_2 的优势也不明显。而随着 q_3 的增加和 l_3 的减小， C_3 的效用值迅速升高，并最

终超越了 C_1 。

四、结论

在本研究中,我们从学校竞争的角度,用学生的理性预期模型刻画了学生报考行为,计算了各学校的效用。我们得到两个结论:第一,联合招生有利于每一个联盟者,联盟一旦形成,将对非联盟的一方以重大打击。第二,高校在竞争中可以通过改变自身的策略参数获取更多收益。我们详细讨论了策略参数的改变对学校的作用,证明了通过减小考试倾向系数 l 和增加招生名额 q 可以提升学校效用值,使得非联盟的学校有可能重新获得竞争优势。

由此,我们理解了我国高校自主招生中形成联合招生行为的逻辑,明确了组织或参与联盟竞争是各个高校面临的必然选择。从理论上说,强强联合是联盟中的最佳形式。但是,两强之间由于竞争关系明显,联合的可能性不大。比如北大与清华的联合就几乎不可能出现。竞争有错位的学校之间形成联盟比较顺理成章。可以预见,今后的学校招生竞争形式将以联盟集团竞争为基本特点。

参考文献

- Gale, D., and L. Shapley, "College Admissions and the Stability of Marriage", *American Mathematical Monthly*, 1962, 69(1), 9-15.
- Abdulkadiroglu, A., and T. Sönmez, "School Choice: A Mechanism Design Approach", *American Economic Review*, 2003, 93(3), 729—747.
- Chen, Y., and T. Sönmez, "School Choice: An Experimental Study", *Journal of Economic Theory*, 2006, 127(1), 202—231.
- Zhou, Lin, 1990, "On a Conjecture by Gale About One-Sided Matching Problems", *Journal of Economic Theory*, 1990, 52, 123-135.
- 聂海峰, 2004, "高考录取机制的博弈分析", 《经济学(季刊)》, 第6卷第3期, 899—916页。

附录

1、线性递推概率对应的通项公式

按照公式(3.5): $p_i^{c_k} = p_j = q \left(\frac{n_j}{q} \right)^{c_k-1} \frac{n_j^{c_k}}{q^{c_k}}$, 以下讨论中均去掉 c_k 角标。

那么根据(3.1), 与之相对应的有效占据名额变化的递推关系为:

$$n_{j+1} = n_j + p_j = n_j + \frac{q - n_j}{q} = \frac{q-1}{q} n_j + 1$$

易得: $(n_{j+1} - q) = \left(1 - \frac{1}{q}\right)(n_j - q)$

通项公式为: $n_j = q - (q - n_0) \left(1 - \frac{1}{q}\right)^j$

n_0 为初始值, 并且远小于 q , 易知有效录取人数的上限值为 q 。
将通项公式代入录取概率表达式, 则录取概率的通项公式为:

$$p_j = 1 - \frac{n_j}{q} = \left(1 - \frac{n_0}{q}\right) \left(1 - \frac{1}{q}\right)^j$$

明显知: 概率的值域在 $(0,1)$ 。

2、非线性递推概率的参数计算

为了满足 S 型曲线的要求, 并且要求值域在 $(0,1)$, 设定函数为如下形式:

$$p_j = 1 - \frac{\exp(l * n_j) - 1}{q'}$$

q' 为待定常数。根据(4.1), 为了保证有效占据名额最终收敛于招生名额 q , 须令

$$1 - \frac{\exp(l * q) - 1}{q'} = 0, \text{ 得到 } q' = \exp(l * q) - 1。$$

可得(3.6)式结果。

